附件3：

惠州学院大学生数学竞赛数学专业组竞赛大纲

数学专业类竞赛内容为数学分析和高等代数内容，各占50%，具体内容如下：

Ⅰ、数学分析部分

一、 集合与函数  
1. 实数集、有理数与无理数的稠密性，实数集的界与确界、确界存在性定理、闭区间套定理、聚点定理、有限覆盖定理。  
2. 平面上的距离、邻域、聚点、界点、边界、开集、闭集、有界（无界）集、上的闭矩形套定理、聚点定理、有限覆盖定理、基本点列，以及上述概念和定理在上的推广。  
3. 函数、映射、变换概念及其几何意义，隐函数概念，反函数与逆变换，反函数存在性定理，初等函数以及与之相关的性质。

二、极限与连续  
1. 数列极限、收敛数列的基本性质（极限唯一性、有界性、保号性、不等式性质）。  
2. 数列收敛的条件（Cauchy准则、迫敛性、单调有界原理、数列收敛与其子列收敛的关系），极限及其应用。  
3. 一元函数极限的定义、函数极限的基本性质（唯一性、局部有界性、保号性、不等式性质、迫敛性），归结原则和Cauchy收敛准则，两个重要极限及其应用，计算一元函数极限的各种方法，无穷小量与无穷大量、阶的比较，记号O与o的意义，多元函数重极限与累次极限概念、基本性质，二元函数的二重极限与累次极限的关系。  
4.函数连续与间断、一致连续性、连续函数的局部性质（局部有界性、保号性），有界闭集上连续函数的性质（有界性、最大值最小值定理、介值定理、一致连续性）。

三、一元函数微分学  
1. 导数及其几何意义、可导与连续的关系、导数的各种计算方法，微分及其几何意义、可微与可导的关系、一阶微分形式不变性。  
2. 微分学基本定理：Fermat定理，Rolle定理，Lagrange定理，Cauchy定理，Taylor公式(Peano余项与Lagrange余项)。  
3. 一元微分学的应用：函数单调性的判别、极值、最大值和最小值、凸函数及其应用、曲线的凹凸性、拐点、渐近线、函数图象的讨论、洛必达（L'Hospital）法则、近似计算。

四、多元函数微分学  
1. 偏导数、全微分及其几何意义，可微与偏导存在、连续之间的关系，复合函数的偏导数与全微分，一阶微分形式不变性，方向导数与梯度，高阶偏导数，混合偏导数与顺序无关性，二元函数中值定理与Taylor公式。  
2. 隐函数存在定理、隐函数组存在定理、隐函数（组）求导方法、反函数组与坐标变换。  
3. 几何应用（平面曲线的切线与法线、空间曲线的切线与法平面、曲面的切平面与法线）。  
4. 极值问题（必要条件与充分条件），条件极值与Lagrange乘数法。

五、一元函数积分学  
1. 原函数与不定积分、不定积分的基本计算方法（直接积分法、换元法、分部积分法）、有理函数积分：型，型。  
2. 定积分及其几何意义、可积条件（必要条件、充要条件：）、可积函数类。  
3. 定积分的性质（关于区间可加性、不等式性质、绝对可积性、定积分第一中值定理）、变上限积分函数、微积分基本定理、N-L公式及定积分计算、定积分第二中值定理。  
4. 无限区间上的广义积分、Canchy收敛准则、绝对收敛与条件收敛、非负时的收敛性判别法（比较原则、柯西判别法）、Abel判别法、Dirichlet判别法、无界函数广义积分概念及其收敛性判别法。  
5. 微元法、几何应用（平面图形面积、已知截面面积函数的体积、曲线弧长与弧微分、旋转体体积），其他应用。

六、多元函数积分学  
1. 二重积分及其几何意义、二重积分的计算（化为累次积分、极坐标变换、一般坐标变换）。  
2. 三重积分、三重积分计算（化为累次积分、柱坐标、球坐标变换）。  
3. 重积分的应用（体积、曲面面积、重心、转动惯量等）。  
4. 含参量正常积分及其连续性、可微性、可积性，运算顺序的可交换性。含参量广义积分的一致收敛性及其判别法，含参量广义积分的连续性、可微性、可积性，运算顺序的可交换性。  
5. 第一型曲线积分、曲面积分的概念、基本性质、计算。  
6. 第二型曲线积分概念、性质、计算；Green公式，平面曲线积分与路径无关的条件。  
7. 曲面的侧、第二型曲面积分的概念、性质、计算，奥高公式、Stoke公式，两类线积分、两类面积分之间的关系。

七、无穷级数  
1. 数项级数  
级数及其敛散性，级数的和，Cauchy准则，收敛的必要条件，收敛级数基本性质；正项级数收敛的充分必要条件，比较原则、比式判别法、根式判别法以及它们的极限形式；交错级数的Leibniz判别法；一般项级数的绝对收敛、条件收敛性、Abel判别法、Dirichlet判别法。  
2. 函数项级数  
函数列与函数项级数的一致收敛性、Cauchy准则、一致收敛性判别法（M-判别法、Abel判别法、Dirichlet判别法）、一致收敛函数列、函数项级数的性质及其应用。  
3. 幂级数  
幂级数概念、Abel定理、收敛半径与区间，幂级数的一致收敛性，幂级数的逐项可积性、可微性及其应用，幂级数各项系数与其和函数的关系、函数的幂级数展开、Taylor级数、Maclaurin级数。  
4. Fourier级数  
三角级数、三角函数系的正交性、2及2周期函数的Fourier级数展开、 Beseel不等式、Riemanm-Lebesgue定理、按段光滑函数的Fourier级数的收敛性定理。

Ⅱ、高等代数部分

一、多项式  
1. 数域与一元多项式的概念。  
2. 多项式整除、带余除法、最大公因式、辗转相除法。  
3. 互素、不可约多项式、重因式与重根。  
4. 多项式函数、余数定理、多项式的根及性质。  
5. 代数基本定理、复系数与实系数多项式的因式分解。  
6. 本原多项式、Gauss引理、有理系数多项式的因式分解、Eisenstein判别法、有理数域上多项式的有理根。  
7. 多元多项式及对称多项式、韦达(Vieta)定理。

二、行列式  
1. *n*级行列式的定义。  
2. *n*级行列式的性质。  
3. 行列式的计算。  
4. 行列式按一行（列）展开。  
5. 拉普拉斯(Laplace)展开定理。  
6. 克拉默(Cramer)法则。

三、线性方程组  
1. 高斯(Gauss)消元法、线性方程组的初等变换、线性方程组的一般解。  
2. *n*维向量的运算与向量组。  
3. 向量的线性组合、线性相关与线性无关、两个向量组的等价。  
4. 向量组的极大无关组、向量组的秩。  
5. 矩阵的行秩、列秩、秩、矩阵的秩与其子式的关系。  
6. 线性方程组有解判别定理、线性方程组解的结构。  
7.齐次线性方程组的基础解系、解空间及其维数。

四、矩阵  
1. 矩阵的概念、矩阵的运算(加法、数乘、乘法、转置等运算)及其运算律。  
2. 矩阵乘积的行列式、矩阵乘积的秩与其因子的秩的关系。  
3. 矩阵的逆、伴随矩阵、矩阵可逆的条件。  
4. 分块矩阵及其运算与性质。  
5. 初等矩阵、初等变换、矩阵的等价标准形。  
6. 分块初等矩阵、分块初等变换。

五、双线性函数与二次型  
1. 双线性函数、对偶空间。  
2. 二次型及其矩阵表示。  
3. 二次型的标准形、化二次型为标准形的配方法、初等变换法、正交变换法。  
4. 复数域和实数域上二次型的规范形的唯一性、惯性定理。  
5. 正定、半正定、负定二次型及正定、半正定矩阵。

六、线性空间  
1. 线性空间的定义与简单性质。  
2. 维数，基与坐标。  
3. 基变换与坐标变换。  
4. 线性子空间。  
5. 子空间的交与和、维数公式、子空间的直和。

七、线性变换  
1. 线性变换的定义、线性变换的运算、线性变换的矩阵。  
2. 特征值与特征向量、可对角化的线性变换。  
3. 相似矩阵、相似不变量、哈密尔顿-凯莱定理。  
4. 线性变换的值域与核、不变子空间。

八、若当标准形  
1. 矩阵。  
2. 行列式因子、不变因子、初等因子、矩阵相似的条件。  
3. 若当标准形。

九、欧氏空间  
1. 内积和欧氏空间、向量的长度、夹角与正交、度量矩阵。  
2. 标准正交基、正交矩阵、施密特(Schmidt)正交化方法。  
3. 欧氏空间的同构。  
4. 正交变换、子空间的正交补。  
5. 对称变换、实对称矩阵的标准形。  
6. 主轴定理、用正交变换化实二次型或实对称矩阵为标准形。  
7. 酉空间。